

SABER CALCULAR NO ES SABER MATEMÁTICA

Gustavo A. Duffour

URUGUAY

gustavoduffour@adinet.com.uy

Campo de investigación: Estudios socioculturales; Superior

Resumen

Un poco de historia. Los cálculos eran la preocupación principal de nuestros antepasados, que promovieron el desarrollo de las matemáticas. Así nacieron los logaritmos, en los últimos años del siglo 17. *Decía Laplace en aquellos años, “el uso de los logaritmos, acorto el trabajo y duplicó la vida de los astrónomos”.*

En los últimos años de la década 1970 a 1980 se popularizaron las calculadoras. Que no son tan viejas. Yo, no las use. En 1972 entre a la facultad de química y no tenía calculadora. Un año ante, me compre una de las mejores reglas de cálculo. Para usarla deberíamos saber tanto, que nos calificarían de genio en la actualidad.

¿Cual es entonces la premisa de mi pensamiento? *“Saber matemática no es saber hacer cuentas”*

1- USEMOS LA CALCULADORA, ES EL LÁPIZ DEL FUTURO. ACASO CONCEBIMOS UNA CLASE SIN UNA HOJA DE PAPEL Y UN LÁPIZ, NO LA CONCIBAMOS SIN UNA CALCULADORA

Como ven en la transparencia hay una calculadora CASIO. No he logrado aún que CASIO me pague por hacerle propaganda. Simplemente me gustan, me parecen fáciles de usar, pues es la que yo estoy más acostumbrado. Usemos la Casio fx 95MS. ¿Por qué? Pues, porque resuelve casi todo lo que necesitamos a nivel de enseñanza media, incluido, ecuaciones de segundo y tercer grado, sistemas lineales de dos por dos y de tres por tres. Además, por descontado, de hacer las cuatro operaciones básicas.

Por supuesto que existen otras marcas. Hewlett Packard y Texas Instruments, también tienen sus modelos. Todas las demás son “truchas”. Es fácil darse cuenta, tan sólo hay que ver si trabajan con fracciones.

Empecemos por el uso de la calculadora en el escuela.

El 27 de julio del 2002 en el Instituto de Profesores Artigas en Montevideo, tuvimos una interesante charla a cargo del Maestro Español Antonio Martín, de Islas Canarias. Que también hemos escuchado aquí en Relme 19. Nos habló de sus experiencias, y nos mostró videos y entrevistas realizadas a niños de 5, 6 y 7 años, usando una calculadora, para aprender las tablas de multiplicar.

Por lo tanto yo también estoy diciendo que ya en la escuela primaria es bueno que cada alumno tenga una calculadora.

Entonces, si nos ubicamos en la enseñanza media, al llegar a tercer año, se hace imprescindible una calculadora científica. Pues tenemos que trabajar con funciones trigonométricas.

Llegamos al bachillerato, y por supuesto, que tanta maravilla nos queda chica y se necesitaría una calculadora graficadora.

Yo me pregunto: ¿quien calcula raíz de 15 sin usar la calculadora?

Debo confesarles que yo ya no hago ninguna cuenta, absolutamente ninguna, sin éstas maravillas.

Y no hablemos de derivadas, determinantes con parámetros, fórmulas de sumatoria, aproximación de funciones con polinomios.

El "Derive" lo hace más rápido y mejor. Por supuesto en una computadora. O en la calculadora TI_92 plus de la marca Texas Instruments.

En el congreso de Maldonado, en agosto de 1999, la Conferencia de Carlos Vasco de la Universidad de Valle, de Colombia, trató este tema: LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES EN EL AÑO 2010. Les leo uno breve párrafo:

"... por eso veo que los estudiantes van a llevar a los colegios y a los liceos calculadoras cada vez más complejas, a un precio mucho menor que un libro de texto y mucho más útiles. Por lo tanto, vamos a tener que cambiar esa idea de que si los estudiantes usan calculadoras, no van a aprender las operaciones con papel y lápiz, porque nosotros mismos ya no las hacemos tampoco con papel y lápiz; seamos consecuentes y dejemos que ellos utilicen también los elementos que están a su disposición..."

Entonces me pregunto: ¿debemos, como política de estado, comprarle a cada estudiante una calculadora? Pues, no es ninguna novedad. En otros países ya se hace. Y quizás en Uruguay también. Conozco de varios congresos, charlas que hablan de convenios, sobre todo con Texas Instruments, para trabajar con calculadoras graficadoras.

También en el congreso RELME 15 en Buenos Aires, un taller de gente de Puerto Rico, nos contaba, como era que se le daba a cada alumno escolar, una computadora laptop, para que se lleve a su casa. Y la use durante todo el año lectivo.

Eso sí, en este caso pienso, que el profesor debe SABER usar la herramienta, mejor que el alumno y eso lo dudo, porque para la mayoría de los profesores en Uruguay, y que nadie se sienta ofendido, esa es la realidad.

En un taller en el Instituto de Profesores Artigas de Montevideo, en el 2001, sobre el uso del CABRI y el DERIVE, Los jóvenes y no tan jóvenes profesores y estudiantes de profesorado, no sabían ni siquiera usar un ratón.

Y si alguno reflexiona, que nuestros alumnos tienen más necesidad de comer, de abrigo, de un techo... que de calculadoras. Estamos errando las comparaciones, son dos hechos separados, y por supuesto necesarios.

Les leo algo que le preguntaba un periodista a Negroponte, uno de estos gurú de Internet:

¿Convéncame de que un chico del Tercer Mundo, cuya principal preocupación es comer, encontrará útil tener una computadora?

Le contesta.

Probablemente hace unos cientos de años, la gente se preguntaría lo mismo sobre los libros. Dirían;

¿Convéncame de que un niño pobre necesita aprender a leer?

Es evidente que el desarrollo personal, el bienestar y la calidad de vida surgen desde la educación. Con más motivo, que en el mundo rico, los niños de los países pobres deberían tener acceso a toda la tecnología.

2- PROHIBAMOS EL USO DE LA CALCULADORA

EL JÓVEN NO SABE HACER CUENTAS, NO SABE LAS TABLAS DE MULTIPLICAR.

Saber calcular no es saber matemática

Las siguientes ideas. No digo que sean aplicables en la enseñanza media, PERO, me parecen muy buenas.

Les leo y comento algunas frases de la introducción del SEGUNDO PARCIAL DE CÁLCULO 1, año 2001, Universidad de la República del Uruguay. O sea primer año universitario.

- *Una vez iniciada la prueba no se permitirá salir del salón, bajo ningún concepto. El estudiante sólo se levantará del banco para entregar el parcial y retirarse del salón.*

Me gusta mucho que las reglas, en que se va a rendir una prueba, sean claras y conocidas por todos. Y que no dependan del profesor de turno.

- *No se responderá ningún tipo de consulta, la comprensión de la letra es parte de la prueba.*

Cuantos disparates nos preguntan nuestros alumnos. Hagamos una letra, que ya hayamos comentado, tomando cuidado con las palabras usadas. Recordando que muchos jóvenes no conocen el vocabulario más elemental. Varias veces he tenido alumnos de 16 años, que me preguntan: Profe: una línea vertical es así ———

También acaso no es clásica la pregunta: ¿Profe no entiendo la letra?

¿Qué nos está diciendo con esa pregunta?

Que no sabe el tema. Que no sabe matemática, en este caso.

Repito:

- *No se responderá ningún tipo de consulta, la comprensión de la letra es parte de la prueba.*

Si usted no entiende la letra es porque no sabe el tema.

Y aquí viene lo mejor de estas condiciones, para ese parcial en la facultad.

- *No se permitirá el uso de ningún tipo de material, ni calculadoras.*

¿NI CALCULADORAS? ¿Deberíamos prohibir la calculadora?

Es muy fuerte, y parece ir contra los tiempos. No sé cuál es el motivo, de estos profesores universitario, pero me ha servido para reflexionar mucho, muchísimo.

3- AYER, HOY Y MAÑANA SERÁ LO MISMO: SABER CALCULAR NO ES SABER MATEMÁTICA

Dejemos la calculadora, pero no confundan, saber matemática no es saber hacer cuentas.

¿Deberíamos eliminar la calculadora de nuestras clases? Por supuesto.

¿Como?

Haciéndolas obsoletas, trabajando sobre conceptos, no sobre números. Nuestras clases son de matemática. No deberían ser: Operador calculadora, como si fuera Operador PC.

Cualquier joven usa la calculadora, bastante bien, y más, creen que la calculadora le resolverá todos los problemas. Y le permitirá salvar el examen de fin de año, o sacar buena nota en el próximo escrito.

Más de uno ha salido a comprar un modelo más avanzado, cuando se enteran que la torturante fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado, no la necesitan más. Que las nuevas calculadoras las resuelven, incluso en los números complejos.

Si nosotros como profesores tuviéramos claro, la relación estudio vs. calculadora. Le deberíamos decir, desde primer año del liceo. QUE ESO NO ES ASÍ. Que la calculadora sólo hace cuentas, y que lo importante va por otro lado:

Aprender a pensar.

Aprender a estudiar, y que sólo se logra con dedicación y estudio.

Pongamos número sencillos, nuestro objetivo es que aprendan matemática.

La mayoría de los jóvenes, no necesita un curso para aprender a usar la calculadora, muchas veces la usan mejor que nosotros y también la usan muy mal, (muy a menudo) y es, porque no saben matemática.

Es clásico que si tienen la siguiente función $f(x) = x^2$ y quieren calcular $f(-2)$ les da -4.

O, con la función $f / f(x) = \frac{x}{x+3}$ y se les pide calcular $f(2)$ toman la maravillosa calculadora, hacen la cuenta, $2/2+3$ y con un tono sobrador contestan 4. Y cuando contestamos: MAL HECHO, yo suelo decir HORRIBLE. Nos dicen, lo hizo la calculadora.

Les digo.

¿Acaso la calculadora se equivoca?

Pueden incluso, en su ignorancia, llegar/ a decir que si. Pues es mucho más duro, para los futuros genios de la informática, aceptar que no saben las más sencillas reglas del álgebra.

Un poco de historia.

Los cálculos eran la preocupación principal de nuestros antepasados, que promovieron el desarrollo de las matemáticas. Así nacieron los logaritmos, en los últimos años del siglo 17. *Decía Laplace en aquellos años, "el uso de los logaritmos, acortó el trabajo y duplicó la vida de los astrónomos".*

Luego vinieron las calculadoras y no son tan viejas, YO, no las use. En 1972 entré a la facultad de química y NO tenía calculadora. Un año antes, me había comprado una de las mejores reglas de cálculo. Para usarlas debíamos saber tanto, que nos habrían calificado de genios en la actualidad.

¿Cuál es entonces la premisa de mi pensamiento?

Saber matemática, no es saber hacer cuentas. Dejemos las calculadoras, que incluso nuestros jóvenes no enseñarán a nosotros, sus trucos. Y seamos coherentes con nuestro cometido, enseñemos matemática.

No vengo a traerles ninguna propuesta nueva. Sino a destacar que el curso de Cálculo, es el que más ha evolucionado, de la mano de muchos profesores, con el advenimiento de las calculadoras.

Estas pruebas que voy a mostrarles, son reales, no son imposibles, no son inalcanzable, solo prueban si el estudiantes sabe o no los temas del curso.

Que al fin, es lo importante.

JULIO 2000

LICEO N° 15

ECONOMÍA

- 1) Definir $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ y aplicando la definición demostrar que: $\lim_{x \rightarrow 2} (1+3x) = 7$

Saber calcular no es saber matemática

$$2) \quad \text{Sea: } f / f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4} & \text{" } x > 2 \\ m(x - 1) & \text{" } x < 2 \\ b & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

a) ¿Qué condición debe imponerse a m , para que exista $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?

b) Indicar valores de m y b para los cuales:

i) exista $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ pero f no sea continua en 2.

ii) f sea continua solamente en 2^+ .

iii) f sea continua solamente en 2^- .

iv) f sea continua en 2.

3) i) Demostrar que: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{L(1+x)}{x} = 1$ y que: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

ii) Definir f , derivable en a y $f'(a)$ en este caso.

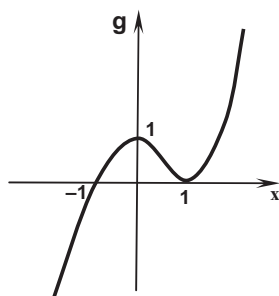
Sean $f / f(x) = L(x)$ y $g / g(x) = e^x$.

Aplicando la definición, determina si existen: $f'(1)$ y $g'(1)$

iii) f y g son tales que $f(3)=2$ y $g'(3)=-1$.

Demostar, aplicando la definición, que $f+g$ es derivable en 3.

4)



i) Dada g por el gráfico indicar:

a) signo $g(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

c) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de g y signo de $g'(x)$

ii) f es una función / $f'(x) \equiv g(x)$

a) Si se sabe que $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x)$

Indicar direcciones asintóticas o asíntotas y límites en el infinito de f .

b) Crecimiento de f .

c) Concavidad de f .

d) Tangentes al gráfico de f en $x=0$, sabiendo que $f(0)=0$

e) Bosquejar una función f .

iii) ¿Que punto sirve de contraejemplo a la siguiente afirmación?
 $f'(a)=0 \Rightarrow f$ presenta un extremo relativo en a

JULIO 2000

LICEO N° 15

ECONOMÍA

1) i) Aplicando el método de ábacos, estudiar el signo de:

$$g : g(x) = e^x + 2x^2$$

$$h : h(x) = e^x + x^3$$

ii) E. A. y R. G. de: $(x) \quad \text{---} \quad \text{---}$

2) i) E. A. y R. G. de $(x) \quad | \quad | \quad \text{---}$

ii) Determinar $f(0)$ y la tangente al gráfico de f en $x=0$. Graficar.

iii) Graficar: $g : g(x) = \begin{cases} f(x) & x > 1, \\ |f(x)| - 4 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

3) f es una función definida y continua en \mathbb{R} .

Se sabe que:

f es un infinito equivalente a $2x$, para $x \rightarrow +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = -6$

f es un infinito equivalente a x^2 para $x \rightarrow -\infty$

i) Determinar: límites de $f(x)$ para $x \rightarrow +\infty$ y $x \rightarrow -\infty$
 asíntotas o direcciones asíntóticas de f para $x \rightarrow +\infty$ y $x \rightarrow -\infty$

ii) El gráfico representa f'

Indicar:

a) $D(f')$

b) El valor a de x , en que f es continua pero no derivable.

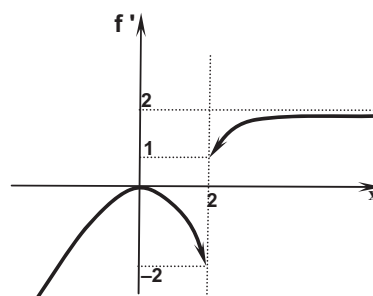
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f'(x)$$

c) Signo $f'(x)$ y crecimiento de f

d) Crecimiento de f' , signo $f''(x)$ y concavidad de f .

iii) Graficar f sabiendo además que: $f(0)=1$ y $f(2)=-1$

iv) Calcular:



Saber calcular no es saber matemática

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - \sqrt{x + 1}}{4 - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{L(x^2 - 2x + 3) - L(x + 1)}{4 - x^2}$$

BIBLIOGRAFÍA.

Vasco C. (1999) *Las matemáticas escolares en el año 2010*. Conferencia en el X CIAM Maldonado Uruguay

Corso L., La Menza A. (1999) *La Matemática: del conflicto al diálogo*. Argentina Editorial Aique

Martín A.R. (2002) *El cálculo mental y la calculadora*. Uruguay Charla en IPA